**صفات المتوسطات في المثلث:**

ننشئ الأبلت بالطريقة المبينة في الجدول 1.

جدول 1: بناء متوسطات في المثلث وتحديد نقطة التقائها

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **الخطوة** | **الخيار** | **العملية** |
| رسم مثلث: |
| 1 |  | نختار القائمة "مضلعات". |
| 2 |  | نختار الأمر "مضلع". |
| 3 |  | ننقر على ثلاثة أمكنة مختلفة في لوح الرسم لتحديد رؤوس المثلث، ثم ننقر على أول رأس أنشأناه وذلك لإنشاء مثلث كما في الرسم. |
| تحديد نقطتين من نقاط منتصفات أضلاع المثلث المنشأ: |
| 4 |  | نختار القائمة "نقاط". |
| 5 |  | نختار الأمر "منتصف أو مركز". |
|  |  | ننقر على اثنين من أضلاع المثلث فنحصل على الشكل الذي يظهر في الرسم. |
| رسم اثنين من متوسطات المثلث المُنشأ: |
| 6 |  | نختار القائمة "مستقيمات". |
| 7 |  | نختار الأمر "قطعة مستقيمة محددة بنقطتين". |
| 8 |  | نصل بين رأس المثلث A ونقطة الوسط للضلع الذي يقابله (النقطة E)، وذلك بواسطة النقر على احدى النقطتين ثم النقر على النقطة الأخرى. نفس العملية بالنسبة للرأس C. نحصل على الشكل المبين في الرسم. |
| تحديد نقطة التقاء المتوسطين: |
| 9 |  | نختار القائمة "نقاط". |
| 10 |  | نختار الأمر "نقطة تقاطع كائنين".  |
| 11 |  | ننقر على المتوسط CD ثم على المتوسط AE فتظهر نقطة تقاطعهما في الرسم (النقطة F). |

بحث وبرهان:

هناك هدفان للبحث: الأول أن يكتشف الطلاب أن المتوسطات الثلاثة تلتقي في نقطة واحدة والثاني أن يكتشفوا أن هذه النقطة تقسم المتوسطات بنسبة 2:1.

بحث وبرهان أوّلان: المتوسطات الثلاثة في المثلث تلتقي في نقطة واحدة.

نسأل: في أي نقطة التقى المتوسطان في الرسم؟ ماذا سيحدث باعتقادكم عند رسم المتوسط الثالث؟ هل سيمر من نفس النقطة؟

بعد نقاش الأفكار ووجهات النظر المختلفة، نرسم المتوسط الأخير وذلك بإنشاء قطعة من الرأس B للمثلث إلى منتصف الضلع AC (في شكل 3 هي النقطة G).



**شكل 3: التقاء المتوسطات في مثلث**

نسأل: على ماذا حصلتم؟ هل باعتقادكم أن التقاء المتوسطات في نقطة واحدة يقتصر فقط على المثلث الذي نحن بصدده؟ لنفحص مع مثلثات أخرى. نطلب من الطلاب أن يحركوا رؤوس المثلث ليحصلوا على أنواع مثلثات مختلفة. نسأل "ماذا نلاحظ؟"، مشجعين المناقشة والتفسير، ثم نتوصل معهم إلى التعميم.

في مرحلة تعليمية أعلى يمكن أن نطلب من الطلاب برهانا لهذه العلاقة، ويمكن أن نرشدهم إلى مبرهنة "سيفا" الموجودة في الكتب التعليمية.

بحث وبرهان تاليان: ميزات نقطة التقاء المتوسطات في المثلث.

نطرح السؤال "ما هي ميزات نقطة التقاء المتوسطات؟".

يمكن أن يساعدنا على استكشاف هذه الظاهرة ثلاثة أوامر موجودة في جيوجبرا (أمر كتابة نص، أمر إيجاد طول قطعة وأمر القسمة):

**"**The ratio between the sections of the Median ---= Segment --/ Segment --="+Segment[,] / + Segment[,]

هذه الأوامر مفصلة أدناه.

الأمر الأول هو أمر كتابة نص:

**"**The ratio between the sections of the Median ---= Segment --/ Segment --="

الأمر الثاني هو أمر إيجاد طول قطعة: +Segment[,]

الأمر الثالث هو أمر القسمة: نكتب هذا الأمر في شريط الإدخال بالنسبة لكل واحد من المتوسطات الثلاثة. مثلا بالنسبة للمتوسط AE نكتب :

**"**The ratio between the sections of the Median AE = Segment AF/ Segment FE ="+Segment[A,F] / + Segment[F,E]

عند كتابة هذه الأوامر لكل من المتوسطات الثلاثة في شريط الإدخال تظهر الجملة ونتيجة القسمة لكل متوسط في الحقل البياني.

نقوم بتحريك رؤوس المثلث لكي نحصل على أنواع مثلثات مختلفة. نسأل:"ماذا نلاحظ ؟"، مشجعين المناقشة والتفسير، حتى نتوصل معهم إلى التعميم.

يمكن الإشارة أيضا إلى أن الحقل الجبري في البرمجية يمكن أن يساعدنا في اكتشاف هذه العلاقة (إضافة لحقل إدخال البيانات الموجود أعلاه)، وذلك من خلال إدراج جدول ملائم (في geogebra) وقيام الطالب بالقياسات المتعلقة بأجزاء المتوسطات ومن ثم تدوينها في الجدول الملائم واكتشاف العلاقة ومن ثم التعميم من خلال تحريك رؤوس المثلث وملاحظة ما يطرأ على المعطيات في الجدول.

وهكذا نكون قد انتهينا من عملية الاكتشاف. ننتقل لنطلب من التلاميذ برهانا لهذه العلاقة الرياضية.